KOLOKWIUM Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
10 czerwca 2010

Każde zadanie proszę rozwiązać na osobnej kartce. Każda kartka powinna być podpisana imieniem i nazwiskiem. W trakcie kolokwium nie można korzystać z urządzeń elektronicznych.

Zadanie 1. Turniejem nazywamy graf pełny, którego każda krawędź jest skierowana.

Pokaż, że w dowolnym turnieju istnieje scieżka Hamiltona.

Zadanie 2. Graf $\mathcal{G} = (V, E)$ jest zewnętrznie planarny jeżeli istnieje jego reprezentacja planarna taka, że wierzchołki leżą na pewnym okręgu natomiast krawędzie są cięciwami.

Wyznacz najmniejszą liczbę k taką, że każdy graf zewnętrznie planarny jest $k-$kolorowalny.

Zadanie 3. Pokaż, że w dowolnym grafie $\mathcal{G}$ bez punktów izolowanych liczność maksymalnego skojarzenia w $\mathcal{G}$ jest nie mniejsza niż $\frac{|V(\mathcal{G})|}{\Delta(\mathcal{G})+1}$, gdzie $\Delta(\mathcal{G})$ to maksymalny stopień wierzchołka w $\mathcal{G}$.

Zadanie 4. Pokaż, że graf $\mathcal{G}$ lub jego dopełnienie $\overline{\mathcal{G}}$ jest grafem spójnym.

Zadanie 5. Wykaż, że graf regularny stopnia 3 posiadający cykl Hamiltona jest krawędziowo kolorowalny trzema kolorami.

Zadanie 6 (*). Wykaż, że

$$\chi(\mathcal{G}) + \chi(\overline{\mathcal{G}}) \leqslant n + 1,$$

gdzie $\overline{\mathcal{G}}$ jest dopełnieniem grafu $\mathcal{G}$.