

Kolokwium poprawkowe

Zadanie 1 (4 pkt + 6 pkt). Niech $\Phi(n)$ będzie zbiorem wszystkich liczb naturalnych z przedziału $[1, n]$ względnie pierwszych z n .

- (i) Czy para $(\Phi(n), \cdot_{\text{mod}n})$ jest grupą? Odpowiedź uzasadnij.
- (ii) Korzystając z zasady sita podaj wzór na $\phi(n) = |\Phi(n)|$.

Zadanie 2 (7 pkt). Podaj wzór na n -ty wyraz ciągu określonego zależnością rekurencyjną:

- (i) $u_0 = 0, u_1 = 3, u_{n+2} = 7u_{n+1} - 10u_n$ dla $n \geq 0$.

Zadanie 3 (7 pkt). Wykaż, że dla dowolnego grafu n wierzchołkowego G zachodzi nierówność

$$\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geq n,$$

gdzie \overline{G} jest uzupełnieniem grafu G .

Zadanie 4 (4 pkt + 4 pkt). Znajdź funkcję tworzącą dla ciągów:

- (i) $u_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$, przy założeniu że $A(x)$ jest funkcją tworzącą dla a_n ,
- (ii) v_n , gdzie v_n jest liczbą podziałów liczby n w których najwyższy składnik jest nie większy od 20.

Powodzenia.